Fábrica de Noobs

Desmistificando: conjectura Jacobiana

Natanael Antonioli

Julho de 2026

1. SUMÁRIO

2. Com o que estamos lidando? 3

3. Do que se trata a conjectura Jacobiana? 4

4. Como achar o valor $\boldsymbol{\lambda}$? 12

5. O que mais é adicionado na versão estudada do problema? 15

6. O que é uma conjectura? 17

7. Qual a solução apresentada, e o que isso significa? 18

8. Como isso foi possível? 21

9. A descoberta é um plágio ou irrelevante? 26

10. Conclusões 27

2. COM O QUE ESTAMOS LIDANDO?

Em julho de 2026, um funcionário da *Anthropic*, utilizando o modelo de *Claude*, um LLM popular, alegou ter provado falsa a conjectura Jacobiana, **um problema que permanecia aberto há 87 anos**. Usuários especulam sobre a veracidade das alegações, bem como sobre como uma inteligência artificial poderia obter esse resultado.

A reprodução da história fica por conta de uma discussão no *Reddit* (https://www.reddit.com/r/opiniaoimpopular/comments/1v2nbad/um_homem_usou_o_claude_fable_5_para_resolver_um/).

Figura 1: postagem.

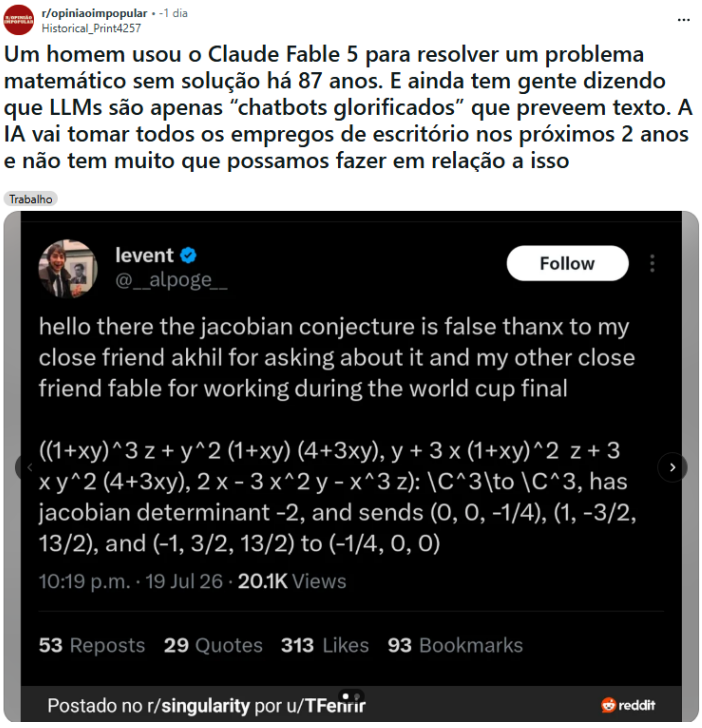
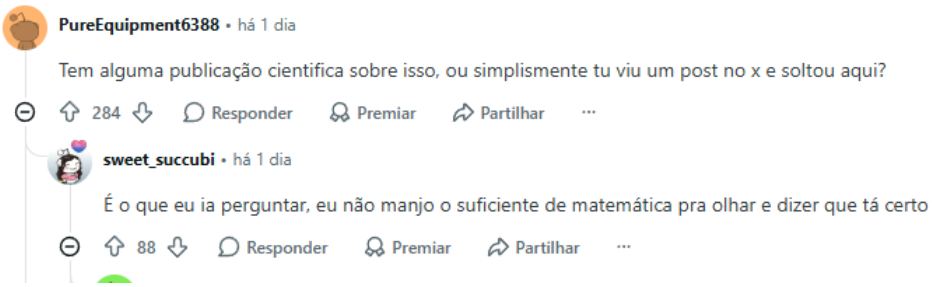

r/opiniaoimpopular • -1 dia
Historical_Print4257
Um homem usou o Claude Fable 5 para resolver um problema matemático sem solução há 87 anos. E ainda tem gente dizendo que LLMs são apenas "chatbots glorificados" que preveem texto. A IA vai tomar todos os empregos de escritório nos próximos 2 anos e não tem muito que possamos fazer em relação a isso
Trabalho
levent
@__alpoge__
Follow
hello there the jacobian conjecture is false thanx to my close friend akhil for asking about it and my other close friend fable for working during the world cup final
((1+xy)^3 z + y^2 (1+xy) (4+3xy), y + 3 x (1+xy)^2 z + 3 x y^2 (4+3xy), 2 x - 3 x^2 y - x^3 z): \C^3\to \C^3, has jacobian determinant -2, and sends (0, 0, -1/4), (1, -3/2, 13/2), and (-1, 3/2, 13/2) to (-1/4, 0, 0)
10:19 p.m. · 19 Jul 26 · 20.1K Views
53 Reposts 29 Quotes 313 Likes 93 Bookmarks
Postado no r/singularity por u/TFenrir
reddit

Figura 2: comentários.


PureEquipment6388 • há 1 dia
Tem alguma publicação cientifica sobre isso, ou simplismente tu viu um post no x e soltou aqui?
284 Responder Premiar Partilhar
sweet_succubi • há 1 dia
É o que eu ia perguntar, eu não manjo o suficiente de matemática pra olhar e dizer que tá certo
88 Responder Premiar Partilhar

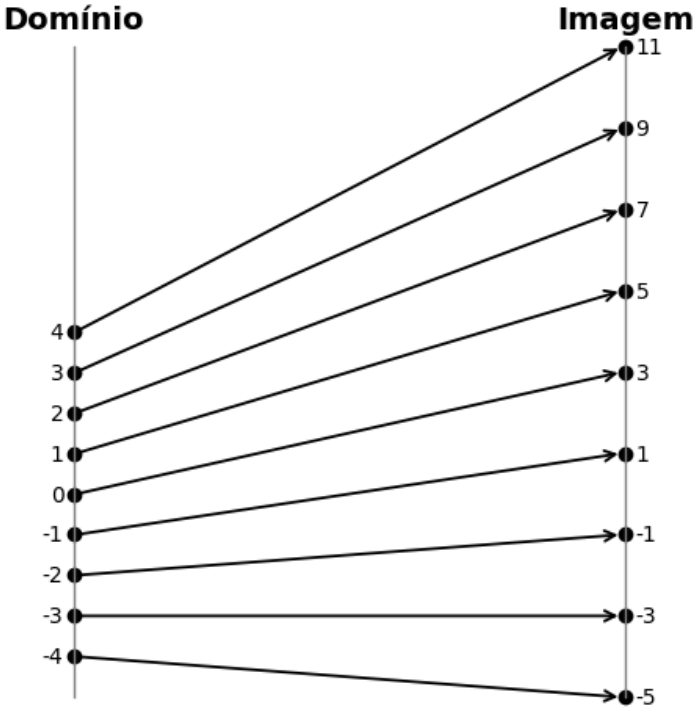
3. DO QUE SE TRATA A CONJECTURA JACOBIANA?

Podemos entender uma função como um dispositivo capaz de receber um valor e devolver outro segundo uma regra. Considere, por exemplo, que a regra seja "multiplique por 2 e some 3", então, a função pode ser escrita como:

$$f(x) = 2x + 3$$

É fácil perceber, então, que essa função associa cada valor de entrada a um valor de saída, o que chamamos de domínio e imagem, respectivamente. Perceba, ainda, que esse caso é especial na medida em que, para cada valor da imagem, **é possível seguir a seta em sentido contrário e chegar em um valor do domínio**.

Figura 3: função $f(x) = 2x + 3$.

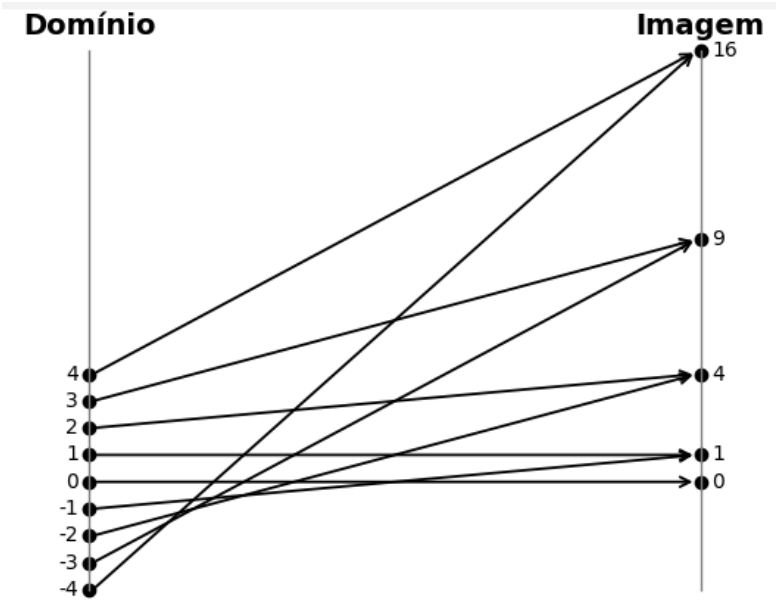


Agora, considere que a regra seja "eleve ao quadrado", então a função seria escrita como:

$$g(x) = x^2$$

Podemos, mais uma vez, construir o mesmo diagrama, mas perceberemos uma particularidade: alguns valores na imagem levam para dois valores de domínio. Se isso ocorre, então **não mais é possível seguir a seta em sentido contrário**, já que, partindo da imagem, não sabemos qual seta precisamos seguir.

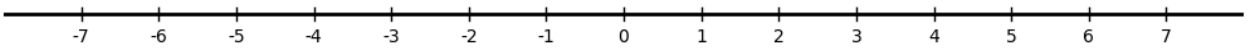
Figura 4: função $g(x) = x^2$.



Uma função pode usar qualquer tipo de expressão (como raízes, exponenciações, divisões, seno ou cosseno), mas estamos interessado em um tipo muito específico de função, denominada função polinomial, que contém apenas adições, multiplicações e expoentes com números inteiros.

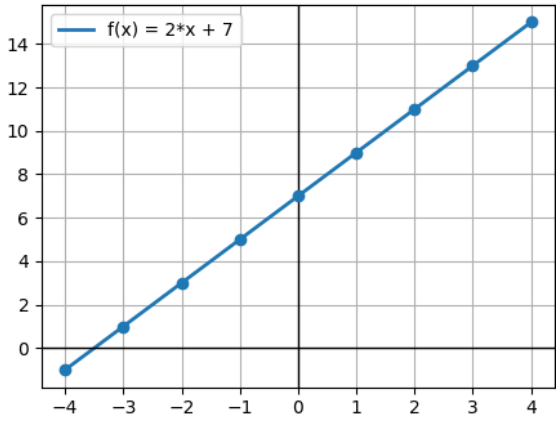
Nestes exemplos, tanto $f(x)$ quanto $g(x)$ são funções polinomiais. Elas recebem um conjunto de números que, ainda que nos diagramas acima fossem limitados aos inteiros (em notação matemática, $x \in \mathbb{Z}$), pode ser expandido para todos os números reais (ou seja, $x \in \mathbb{R}$). Dessa forma, a entrada das nossas funções pode ser representada como uma reta cuja posição, na horizontal, é o valor de x.

Figura 5: reta de números reais, que é a entrada da função.



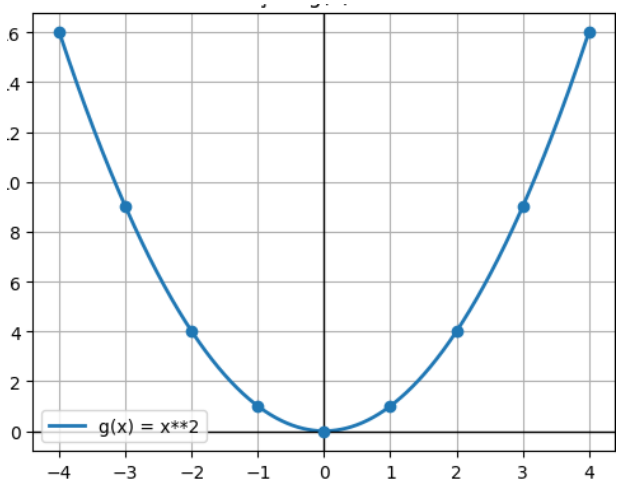
Para a função $f(x)$, a saída se parece com uma reta, porém inclinada. Mais importante do que isso, no entanto, é que **toda linha traçada na horizontal sempre encontra um único ponto da função em azul**.

Figura 6: gráfico da função $f(x)$.



Por outro lado, perceba que, quando fazemos o mesmo com $g(x)$, as propriedades acima **não mais valem**: uma linha traçada horizontalmente em 4, por exemplo, encontra tanto 2 quanto -2, ao passo que uma linha traça horizontalmente em -4 não encontra nada.

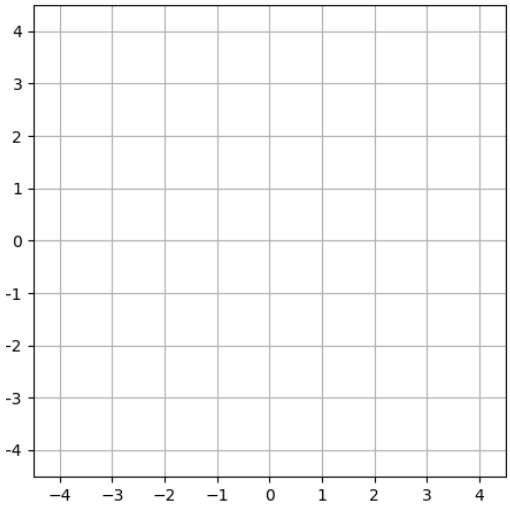
Figura 7: gráfico da função $g(x)$.



Quanto uma função satisfaz essa propriedade, que é central na conjectura Jacobiana, dizemos que **ela é invertível**. Com uma única variável (nesse caso, x), isso significa existe uma segunda função, capaz de obter as curvas acima e devolver a reta dos números reais.

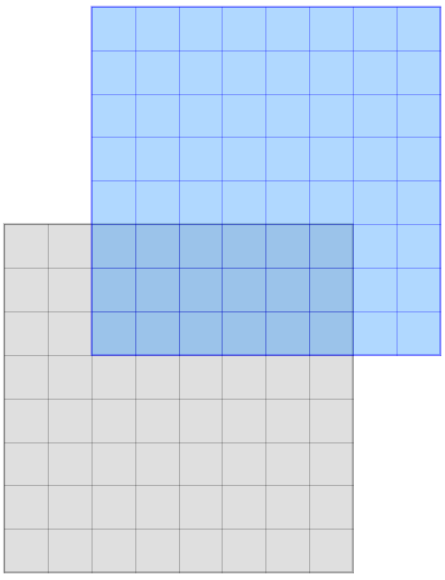
No entanto, quando temos dois números, definidos como (x, y), passamos a definir todo um plano bidimensional, e agora, o que a nossa função modifica, **é esse plano propriamente**.

Figura 8: plano de números reais, que é a entrada dessa função com duas variáveis.



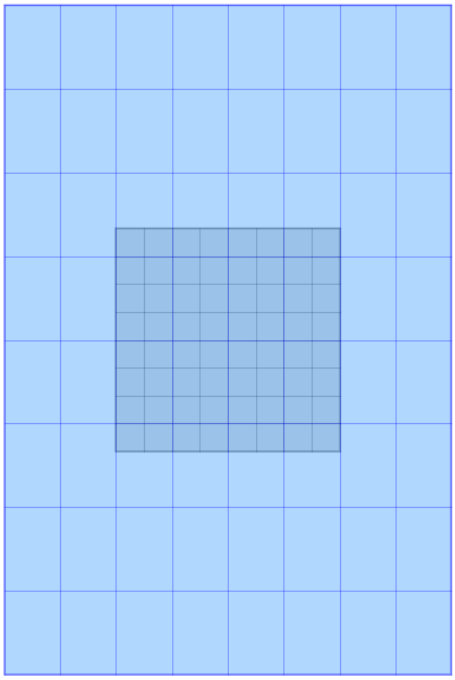
Para isso, no entanto, precisamos que nossa função estabeleça uma regra para x, e outra para y, formando o que chamamos de mapa polinomial. Assim, podemos formar múltiplas funções, como $F_1(x, y) = (x + 2, y + 5)$. O gráfico abaixo mostra que essa função faz uma translação do domínio.

Figura 9: gráfico de $F_1(x, y)$.



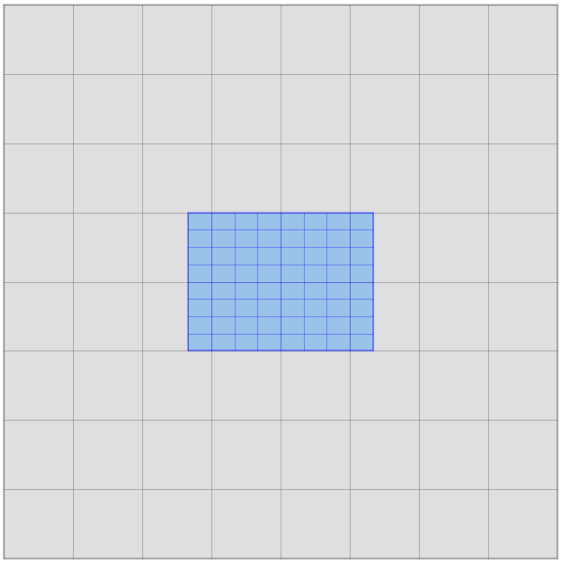
Agora, considere a função $F_2(x, y) = (2x, 3y)$ e verifique, através do gráfico abaixo, que essa função estica o domínio.

Figura 10: gráfico de $F_2(x, y)$.



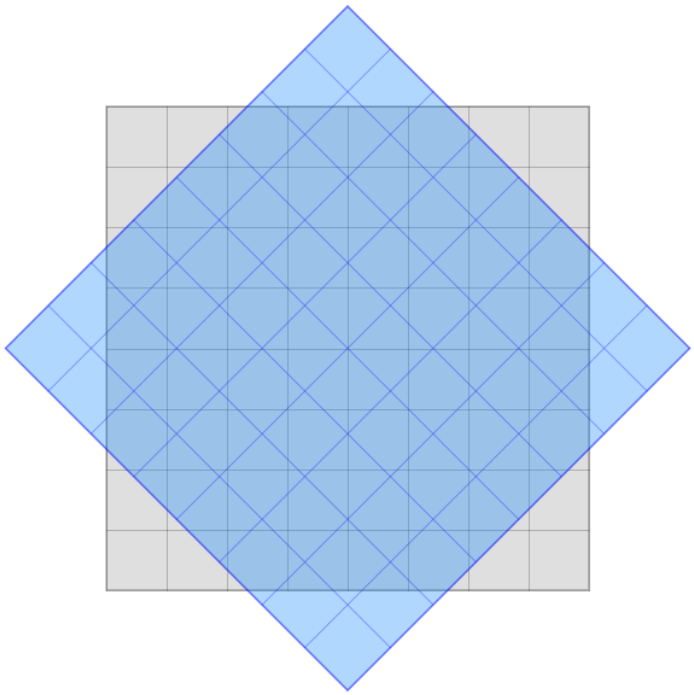
Considere, agora, a função $F_3(x, y) = (\frac{x}{3}, \frac{y}{4})$ e verifique, através do gráfico abaixo, que essa função comprime o domínio.

Figura 11: gráfico de $F_3(x, y)$.



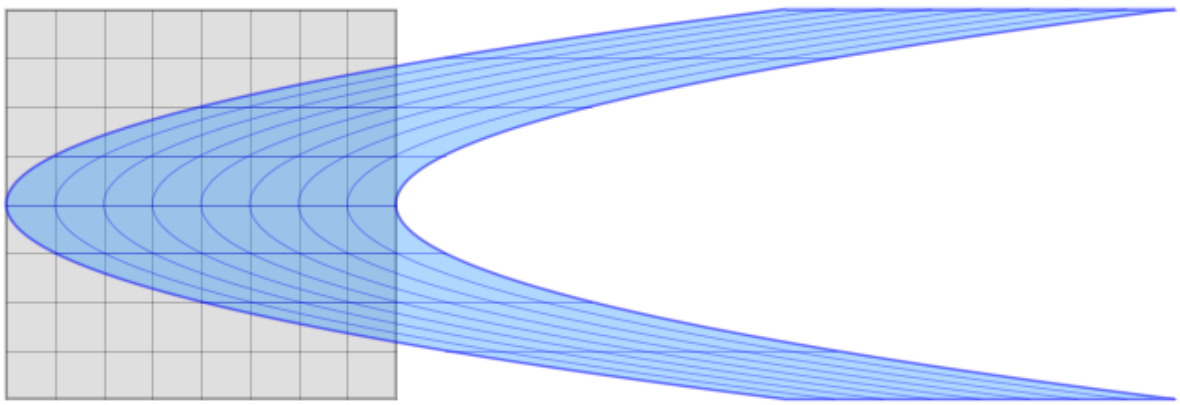
Agora, considere a função $F_4(x,y) = \left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}, \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right)$ e verifique, através do gráfico abaixo, que ela realiza uma rotação no domínio.

Figura 12: gráfico da função $F_4(x,y)$.



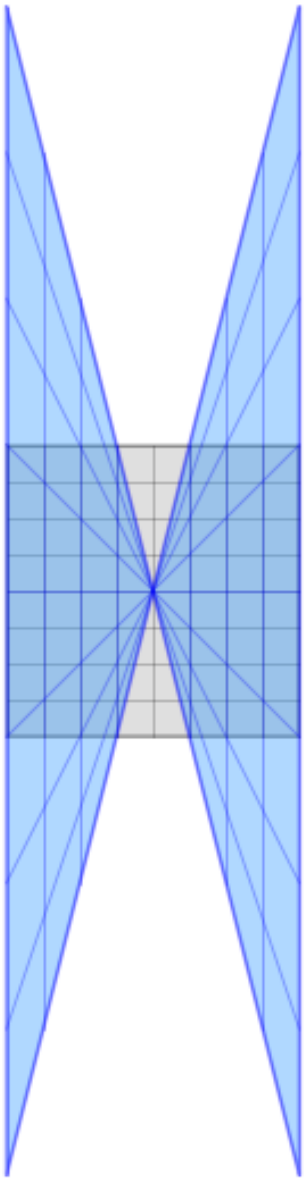
Então, considere a função $F_5(x,y) = (x + y^2, y)$, e perceba que ela, agora, dobra e estica o domínio.

Figura 13: gráfico de $F_5(x,y)$.



Agora, considere a função $F_6(x, y) = (x, xy)$, e perceba que, agora, ela parece expandir o domínio nos extremos e comprimi-lo no meio.

Figura 14: gráfico de$F_6(x, y)$.



Naturalmente, a dúvida que levantamos na primeira seção ainda existe: quais dessas funções são invertíveis, e quais não são? Nesse caso, a análise não é mais tão intuitiva quanto antes, mas se resume **a descobrir se dois ou mais pontos no domínio mapeiam para um mesmo ponto na imagem**.

Isso, no entanto, implica em outro fenômeno que pode ser observado em cada uma das funções acima. Mais especificamente:

I. Em F_1, F_2, F_3, F_4 e F_5, os quadrados puderam ser deformados de múltiplas formas, mas nunca tiveram a área reduzida à zero e, na verdade, todos eles tiveram a área escalada por um fator constante.

II. Em F_6, os quadrados ainda são deformados, mas suas áreas chegam em zero.

Acaba, no entanto, que, para cada função acima, podemos encontrar um fator λ que representa como a área de um quadriculado irá ser modificada. Algumas constatações são válidas aqui:

I. Se esse fator for o mesmo em todo o espaço, então ele pode ser escrito como um número real, sem menção à x ou y. Um exemplo é $\lambda = 2$.

II. Se esse fator variar conforme a posição do espaço, então ele precisa ser escrito em função de ao menos x ou y, talvez ambos. Um exemplo é $\lambda = 2x + y$.

Uma pergunta, bastante válida, é: em quais situações o mapa pode ser revertido? A conjectura Jacobiana responde:

"O mapa pode ser invertido sempre que λ for um valor constante".

4. COMO ACHAR O VALOR λ?

Para achar λ, e então descobrir se o mapa é ou não invertível, precisamos primeiro entender o conceito de derivada. A derivada pode ser entendida como uma ampliação, tão grande quanto desejada (como um "zoom infinito") feito sobre uma função.

Esse zoom infinito irá nos revelar uma linha, que nos indica **como a inclinação da função varia**. Se essa inclinação é sempre a mesma em qualquer ponto da função, dizemos que **a derivada da função é constante**.

Figura 15: função e derivada para $f(x) = 2x$.

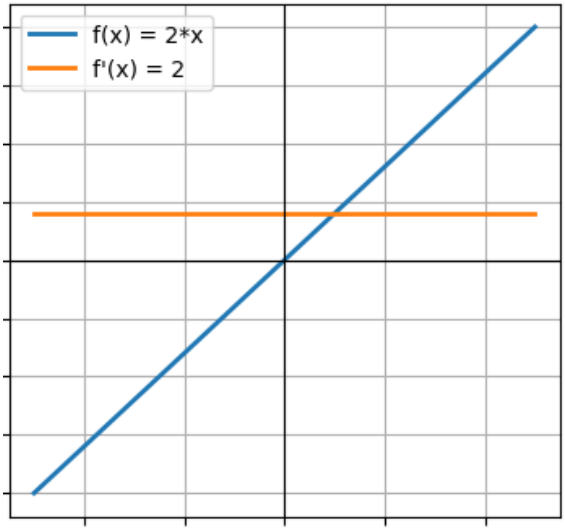
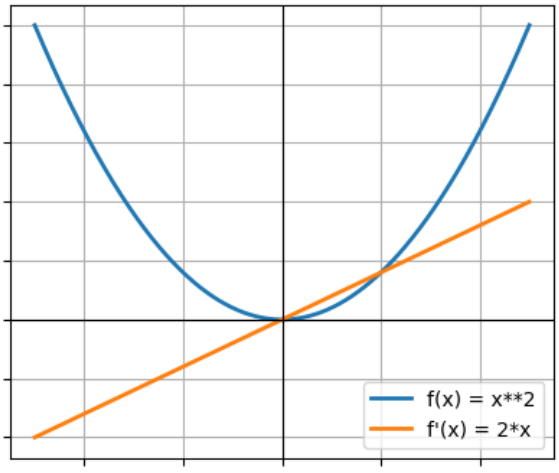


Figura 16: função e derivada para $f(x) = x^2$.



Aqui, estamos lidando apenas com funções polinomiais, então a operação de derivada é apenas uma:

$$\frac{d}{dx} f(ax^n) = anx^{n-1}$$

Com o complemento de que:

$$\frac{d}{dx}\big(f(x) + g(x)\big) = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$$

Em duas dimensões (ou seja, uma superfície) podemos verificar como uma função cresce em cada eixo utilizando o conceito de derivada parcial, que se resume em tratar todas as variáveis, exceto uma, como constantes – e a derivada de uma constante isolada é sempre zero. A derivada parcial de uma função $f(x, y)$ em relação a x é representada como:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$$

Sabendo o conceito de derivada parcial, encontramos o conceito de Jacobiano. O Jacobiano é definido como uma matriz de derivadas parciais e, para duas dimensões, é:

$$J_{F(x,y)} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1(x, y)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1(x, y)}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2(x, y)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

E, por fim, o valor de λ pode ser encontrado através do determinante do Jacobiano. Para duas dimensões, basta subtrair o produto da diagonal principal pelo produto da diagonal secundária.

Podemos ilustrar o que a conjectura Jacobiana nos diz ao considerar duas das funções mostradas anteriormente. Primeiro, tomamos $F(x,y) = (x + y^2, y)$, então verificamos que esse mapa é invertível:

$$\lambda = \det\left(J_{F(x,y)}\right) = \det\begin{bmatrix} \frac{\partial(x+y^2)}{\partial x} & \frac{\partial(x+y^2)}{\partial y} \\ \frac{\partial(y)}{\partial x} & \frac{\partial(y)}{\partial y} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} 1 & 2y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \times 1 - 2y \times 0 = 1$$

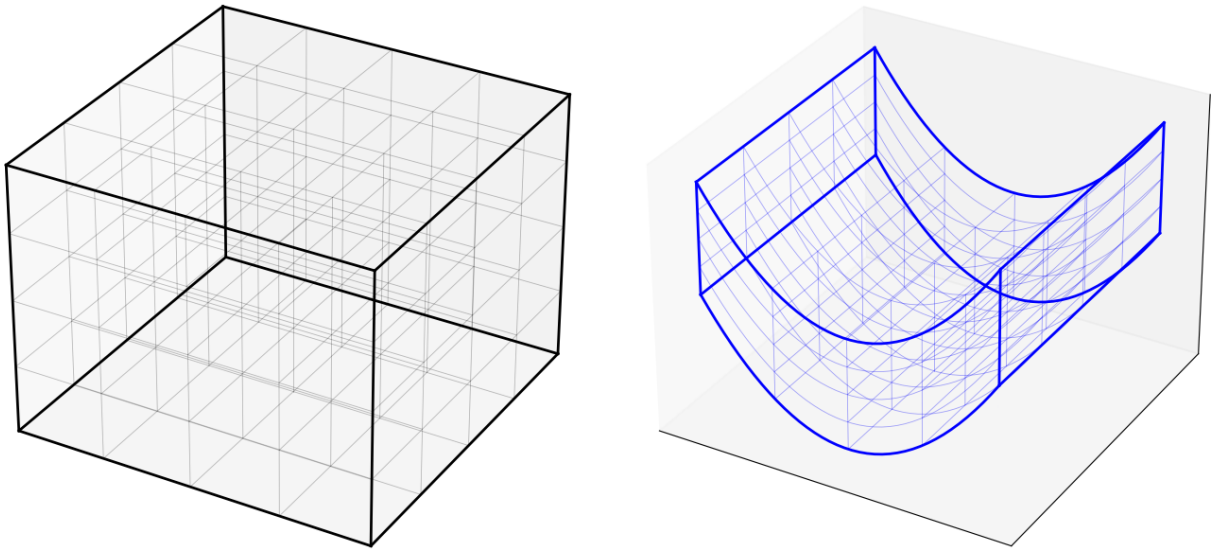
Por outro lado, quando tomamos $F(x,y) = (x, xy)$, verificamos que esse mapa não é invertível:

$$\lambda = \det\left(J_{F(x,y)}\right) = \det\begin{bmatrix} \frac{\partial(x)}{\partial x} & \frac{\partial(x)}{\partial y} \\ \frac{\partial(xy)}{\partial x} & \frac{\partial(xy)}{\partial y} \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & x \end{bmatrix} = 1 \times x - 0 \times y = x$$

5. O QUE MAIS É ADICIONADO NA VERSÃO ESTUDADA DO PROBLEMA?

A versão do problema normalmente estudada é ligeiramente mais complexa por alguns motivos. Em primeiro lugar, ao invés de trabalhar com superfícies, é possível trabalhar com espaços (ou seja, usando dimensões x, y e z) ou, até mesmo, mais dimensões – porém, nesse caso, a situação deixa de ser visualizável. Com mais dimensões, o problema permanece o mesmo: como saber se um mapa que transforma um espaço em outro é invertível?

Figura 17: mapa em três dimensões $F(x, y, z) = (2x, 4y, x^2 + z)$



Aqui, o fator λ agora indica como que o volume de cada pequeno cubo que constitui o domínio varia na imagem. Dada uma função $F(x, y, z)$, o valor de λ pode ser encontrado através do determinante do Jacobiano, que agora é uma matriz quadrada de dimensão 3.

$$J_{F(x,y,z)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial x} & \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial y} & \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial y} & \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial x} & \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial y} & \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Da mesma forma, podemos calcular λ com:

$$\lambda = \det J_{F(x,y,z)}$$
$$= \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial x}\left(\frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial y} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial z} - \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial z} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial y}\right)$$
$$- \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial y}\left(\frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial x} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial z} - \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial z} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial x}\right)$$
$$+ \frac{\partial f_1(x,y,z)}{\partial z}\left(\frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial x} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial y} - \frac{\partial f_2(x,y,z)}{\partial y} \times \frac{\partial f_3(x,y,z)}{\partial x}\right)$$

Usualmente, a conjectura é explicitada usando números complexos, e, portanto, não necessariamente reais: um número complexo é escrito da forma $c = a + bi$, em que a e b são números reais, e $i^2 = -1$.

6. O QUE É UMA CONJECTURA?

Em matemática básica, costumamos trabalhar com teoremas, que são constatações matemáticas que **podem ser formalmente provados como válidos**. Por outro lado, conjecturas são constatações que **parecem válidas**, mas que **ainda não fomos capazes de provar**.

Uma conjectura permanece um problema aberto até que um de dois eventos ocorra:

I. Alguém consegue provar a conjectura formalmente, e então ela se torna um teorema.

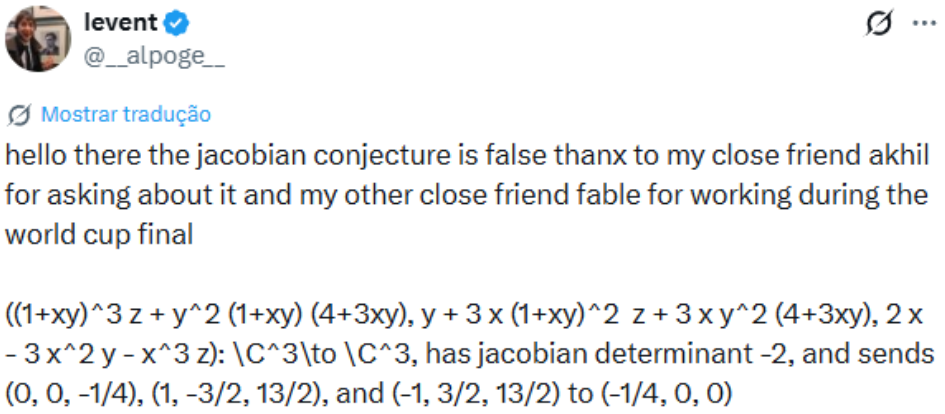
II. Alguém consegue encontrar um exemplo que não respeita a conjectura, e então ela é descartada.

A conjectura Jacobiana é assim chamada, portanto, porque até então ninguém havia conseguido nem provar a conjectura, nem encontrar um caso que não seguisse o padrão que ela enuncia.

7. QUAL A SOLUÇÃO APRESENTADA, E O QUE ISSO SIGNIFICA?

No entanto, a situação mudou quando, em 19 de julho de 2026, Levent Alpöge, um matemático e funcionário da *Anthropic*, que postou um mapa que que desrespeita a conjectura (https://x.com/__alpoge__/status/2079301078068179224).

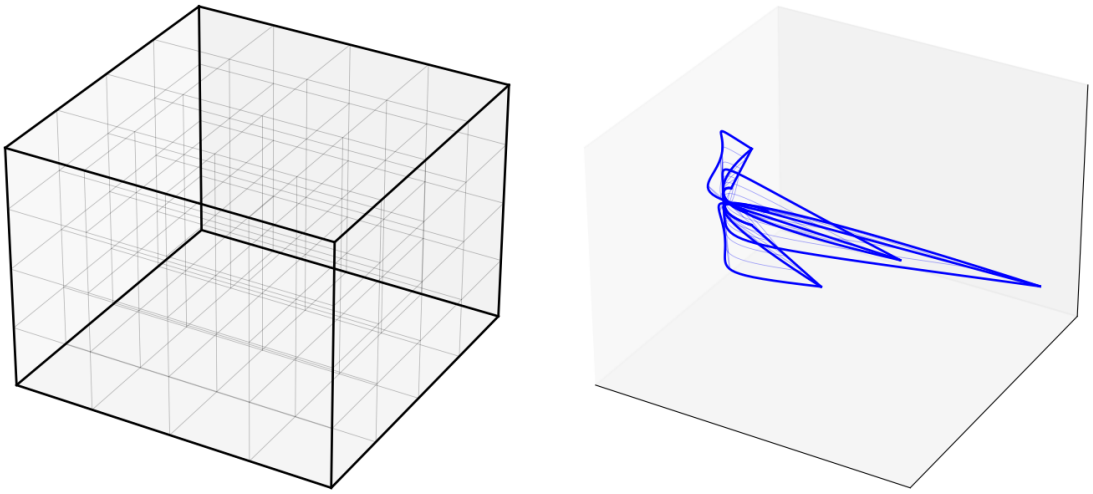
Figura 18: postagem de Levent.


levent
@__alpoge__
Mostrar tradução
hello there the jacobian conjecture is false thanx to my close friend akhil for asking about it and my other close friend fable for working during the world cup final
((1+xy)^3 z + y^2 (1+xy) (4+3xy), y + 3 x (1+xy)^2 z + 3 x y^2 (4+3xy), 2 x - 3 x^2 y - x^3 z): \C^3\to \C^3, has jacobian determinant -2, and sends (0, 0, -1/4), (1, -3/2, 13/2), and (-1, 3/2, 13/2) to (-1/4, 0, 0)

De acordo com ele, o mapa em questão é:

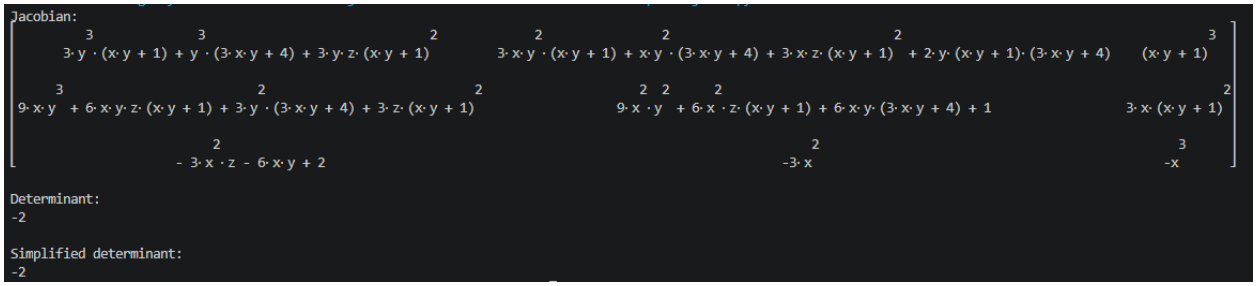
$$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} (1+xy)^3 z + y^2(1+xy)(4+3xy), \\ y + (3x)(1+xy)^2 z + (3x)y^2(4+3xy), \\ 2x - (3x^2)y - x^3 z \end{pmatrix}$$

Figura 19: visualização do mapa.



O valor λ desse mapa pode ser calculado, com certa paciência, manualmente. Um programa pode facilmente fazer esse cálculo, e produzirá $\lambda = -2$.

Figura 20: cálculo de λ.

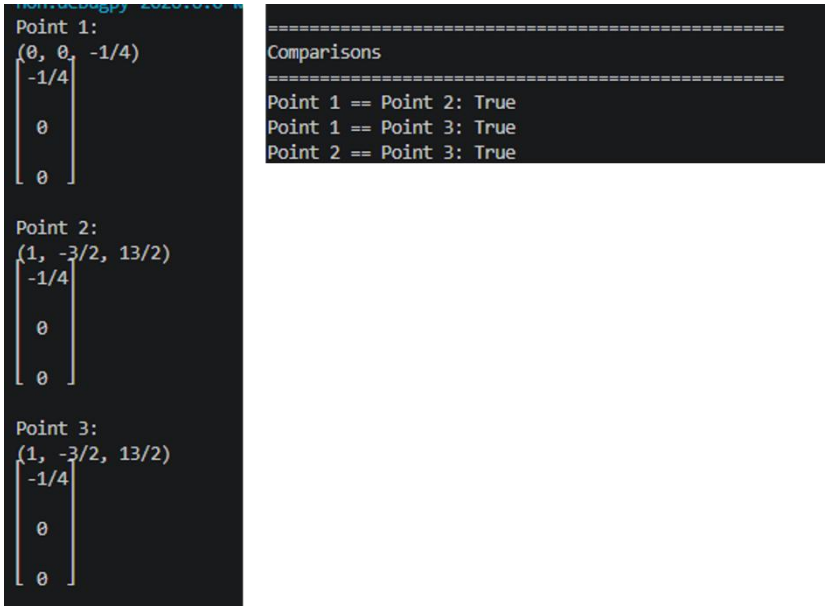


Se a conjectura Jacobiana estivesse correta, esse mapa seria revertível. Porém, como já verificamos, um mapa que retorna o mesmo ponto na imagem para vários pontos no domínio **não é revertível**. Então, podemos checar a alegação de Levent, segundo o qual todos os pontos abaixo produzem o mesmo resultado.

$$F\left(0,0,-\frac{1}{4}\right) = F\left(1,-\frac{3}{2},\frac{13}{2}\right) = F\left(-1,\frac{3}{2},\frac{13}{2}\right) = \left(-\frac{1}{4},0\ 0\right)$$

De fato, **isso é verdade**, o que significa que, com 3 dimensões, **a conjectura Jacobiana se provou falsa**.

Figura 21: resultado do cálculo.



Temos, então, a questão das dimensões utilizadas: nesse problema, Levent utilizou três dimensões e **provou que a conjectura Jacobiana é falsa para** $\mathbb{R}^3$, mas isso, por consequência, prova que a conjectura também é falsa para $\mathbb{R}^n$ **com** $n \geq 3$, ou seja, com qualquer grau maior do que 3, e **se expande automaticamente para os números complexos**, ou seja, **para** $\mathbb{C}^n$ **com** $n \geq 3$.

Ao passo que a conjectura Jacobiana é trivialmente verdadeira para $\mathbb{R}^1$ e agora falsa para $\mathbb{R}^n$ com $n \geq 3$, **ela permanece um problema aberto para** $\mathbb{R}^2$**,** uma vez que a solução em $\mathbb{R}^3$ **nada diz sobre os valores menores do que ele**.

8. COMO ISSO FOI POSSÍVEL?

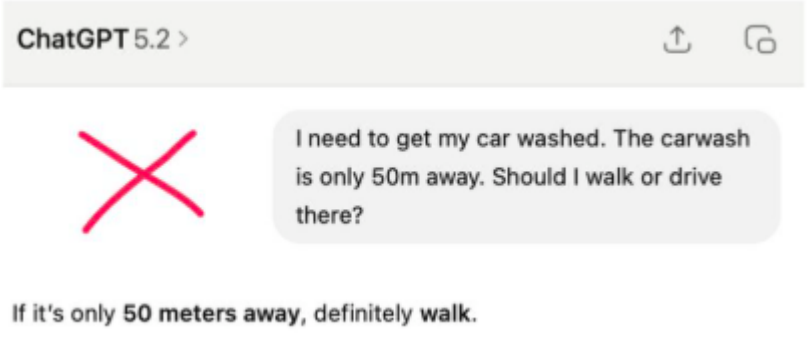
Naturalmente, é de se questionar como um LLM produziu esse resultado – uma questão ainda mais enigmática quando sabemos que Levent não compartilhou a conversa com o *Claude*. Porém, como Levent é um matemático, é razoável concluir que ele, ao invés de demandar um contraexemplo, usou o *Claude* para guiar seu raciocínio e julgar a validade de suas hipóteses.

Um LLM, ou *Large Language Model*, é capaz de converter uma entrada em pequenos fragmentos, chamados *tokens*, e produzir uma saída que consiste de outros *tokens* que, quando bem-sucedido, **constitui um texto que é tanto coeso quanto correto**. A decisão sobre quais *tokens* serão encadeados vem de probabilidades condicionais, que costumam capturar relações semânticas (que produzem um texto coeso) **e relações lógicas** (que produzem um texto correto)

Assim, se durante o treinamento o modelo aprendeu que, em inúmeros exemplos, as relações $A \to B$ e $B \to C$ são verdadeiras, então o modelo é capaz de concluir que $A \to C$ **mesmo que esse exemplo jamais esteja presente no treinamento**.

Logo, um LLM jamais deve ser considerado como um oráculo – já que nem sempre a conclusão do modelo está correta. Por exemplo, recentemente, um teste popular envolvia questionar um LLM: se preciso lavar meu carro, mas o lava-rápido fica a 50 metros de onde estou, devo ir a pé ou de carro?

Figura 22: resultado do teste.


ChatGPT 5.2 >
I need to get my car washed. The carwash is only 50m away. Should I walk or drive there?
If it's only 50 meters away, definitely walk.

Através dos exemplos, o modelo aprendeu que, em distâncias tão pequenas, é mais razoável andar, mas não havia exemplos suficientes que apresentassem uma exceção: se você precisa levar seu carro, então você deve dirigir. Evidentemente, todos os elementos que fazem parte desse raciocínio são entendidos pelo modelo como sequências de *tokens*.

Descobrir um contraexemplo para a conjectura Jacobiana utilizando força-bruta, ou seja, testando todo possível polinômio, seria um processo extremamente difícil: se expandirmos o polinômio de Levent, obteríamos o maior monômio com grau 7 (x^3y^3z). Podemos, assim, verificar que o número de possíveis monômios com grau até 7 é extremamente alto, **e computacionalmente inviável**.

$$3^{357} \approx 1{,}97 \times 10^{170}$$

Utilizando LLMs sem conexão com a internet (portanto, que não poderiam estar contaminados pela publicação de Levent), usuários conseguiram (https://github.com/nasqret/jacobian-counterexample/blob/main/output/pdf/six_questions_keller_map.pdf) encontrar passos que podem ter levado a essa descoberta – ainda assim, **apenas Levent pode dizer como trabalhou**.

A primeira questão busca descobrir, se uma função não possui um inverso (ou seja, possui valores repetidos), qual **é o menor número de repetições que vale a pena procurar**, e **o LLM sugeriu três**.

Figura 23: primeira questão.

USER *If a Keller map can fail to be one-to-one, what is the first typical number of inverse images worth trying?*

Ou seja, deveríamos procurar algo do tipo:

$$F(x_1, y_1, z_1) = F(x_2, y_2, z_2) = F(x_3, y_3, z_3)$$

A próxima questão busca descobrir qual a expressão mais simples que possui uma colisão tripla, como descrito acima.

Figura 24: segunda questão.

USER *Degree three is only a number. What is the simplest object that already has three interchangeable choices?*

O modelo sugeriu começar com um polinômio que trivialmente tem três raízes, acompanhado de uma raiz arbitrária (nesse caso, 1. 2 ou 3) que é escolhida como uma informação adicional ao sistema e, então, removida – a remoção dessa informação adicional sempre retorna ao mesmo polinômio.

$$A\colon (T - r_1) \times (T - r_2) \times (T - r_3), R = r_1$$
$$B\colon (T - r_1) \times (T - r_2) \times (T - r_3), R = r_2$$
$$C\colon (T - r_1) \times (T - r_2) \times (T - r_3), R = r_3$$

Porém, nenhum desses elementos pertence à $\mathbb{R}^3$, que é onde queremos chegar (lembre-se que, por consequência, também provamos $\mathbb{C}^3$). A próxima questão busca transformar esses elementos para algo existente em $\mathbb{R}^3$.

Figura 25: terceira questão.

USER *Cubics up to scale form projective three-space. Can the marked and unmarked spaces both be cut down to copies of $\mathbb{C}^3$ in the simplest possible way?*

Uma vez que isso foi mostrado possível, a próxima questão **pede para expressar o resultado em uma equação polinomial**, o que, na pergunta, envolve não usar divisões (o que levaria a indeterminações em x, y ou z iguais à 0).

Figura 26: quarta questão.

USER *Can we solve the two normalization equations globally, using three polynomial coordinates and without splitting into cases such as $x \neq 0$?*

Isso, efetivamente, transforma o resultado em um conjunto de três polinômios dependentes de x, y e z, ou seja:

$$P_1(x, y, z), P_2(x, y, z), P_3(x, y, z)$$

A próxima etapa, então, pede informações sobre o espaço de busca por um conjunto de polinômios (a formar $F(x, y, z) = (P_1, P_2, P_3)$ da forma já desenvolvida, porém que **produza um determinante constante**. A questão, no entanto, é que polinômios dessa forma **costumam possuir um determinante que não é constante**.

Figura 27: quinta questão.

USER *Suppose we refuse to expand the known product. What structural information may we retain without retaining a nonlinear numerical coefficient, and how many possible terms remain?*

O polinômio obtido é da forma:

$$P_1 = z(1 + A_1u + A_2u^2 + A_3u^3) + y^2(B_0 + B_1u + B_2u^2)$$
$$P_2 = y(1 + C_1u + C_2u^2) + xz(D_0 + D_1u + D_2u^2)$$
$$P_3 = x(2 + pu + qx^2z), pq \neq 0$$

Isso pode ser entendido como um esqueleto do mapa que procuramos, em que as incógnitas A, B, C, D, p, q são simplesmente números, respeitando que $pq \neq 0$, e u é um polinômio de $x. y$ e z ainda desconhecido. Em outras palavras, a forma encontrada é:

$$P_1 = z(\dots) + y^2(\dots)$$
$$P_2 = y(\dots) + xz(\dots)$$
$$P_3 = x(\dots)$$

A última questão busca recuperar os coeficientes desejados. Para isso, porém, a restrição do determinante Jacobiano é aplicada. Ou seja, obriga-se que:

$$\det\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial x} & \frac{\partial P_1}{\partial y} & \frac{\partial P_1}{\partial z} \\ \frac{\partial P_2}{\partial x} & \frac{\partial P_2}{\partial y} & \frac{\partial P_2}{\partial z} \\ \frac{\partial P_3}{\partial x} & \frac{\partial P_3}{\partial y} & \frac{\partial P_3}{\partial z} \end{bmatrix} = 1$$

A operação irá resultar em um sistema linear, que pode ser resolvido para encontrar os coeficientes A, B, C, D em função de p e q. Isso permite reconstruir:

$$(A_1, A_2, A_3) = \left(-p, \frac{p^2}{3}, -\frac{p^3}{27}\right)$$

$$(B_0, B_1, B_2) = \left(-\frac{4p^2}{9q}, \frac{7p^3}{27q}, -\frac{p^4}{27}\right)$$

$$(C_1, C_2) = (-4p, p^2)$$

$$(D_0, D_1, D_2) = \left(\frac{9q}{p}, -6q, pq\right)$$

Isso torna localizar valores p e q **uma tarefa muito mais fácil**, assim como localizar um polinômio para u. Assim, **é possível reconstruir o mapa e suas três raízes que mapeiam para um mesmo valor, e provar a conjectura falsa**.

9. A DESCOBERTA É UM PLÁGIO OU IRRELEVANTE?

Alguns sugeriram que a descoberta seria irrelevante, já que o verdadeiro desafio estaria em provar a conjectura para $\mathbb{R}^2$. É fato que alguns matemáticos acreditavam que a conjectura seria falsa para $\mathbb{R}^3$ em diante, mas **a inexistência de uma solução torna a descoberta importante**.

Figura 28: alguns matemáticos disseram que seus objetivos sempre foram $\mathbb{R}^2$.

Since T.- T. Moh and I are in the same department, I informed him about the example yesterday. His reply is interesting: "I was always working only on the $n = 2$ case, and a three dimensional counterexample does not surprise me at all". He confirmed that $n = 2$ case is wide open.
32
Share Cite Edit Follow Flag
edited 6 mins ago
Jules Lamers
answered 21 hours ago
Alexandre Eremenko

Outros (https://x.com/snowboat84/status/2079413517116137680) disseram que Levent plagiou um texto conhecido como o exemplo de Vitushkin, que tem determinante Jacobiano -2 apesar de não ser invertível. Porém, esse exemplo, dado em $\mathbb{R}^2$, não é um mapa válido porque usa $\frac{1}{y}$, deixando de ser uma equação polinomial.

$$V(x,y) = \left(x^2y^6 + 2xy^2, xy^3 + \frac{1}{y}\right)$$

$$\det\left(J_{V(x,y)}\right) = -2$$

Por fim, um usuário (https://x.com/t_homas_mach/status/2079090237305729287) sugeriu que a *Antrhopic* e outras companhias poderiam contratar matemáticos humanos para resolver conjecturas, embutir a solução no conjunto de treinamento e esperar que ela fosse descoberta. **Nenhuma evidência disso foi apresentada**, e esse cenário não parece provável quando consideramos que **muitos destes problemas estiveram abertos por décadas**.

10. CONCLUSÕES

Assim, concluímos que **a demonstração de Levente é real e se sustenta**, o que significa que a conjectura Jacobiana se provou falsa para $\mathbb{R}^3$, ainda que permaneça aberta para $\mathbb{R}^2$. Esse é um resultado importante, pois **se manteve aberto por 87 anos** e compunha múltiplas listas de problemas abertos famosos.

Esse é um problema profundo em matemática pura, o que significa que, apesar de não afetar diretamente nenhum sistema do mundo real, outras descobertas feitas a partir disso podem, no futuro, **mudar como alguns algoritmos de computação numérica funcionam**.